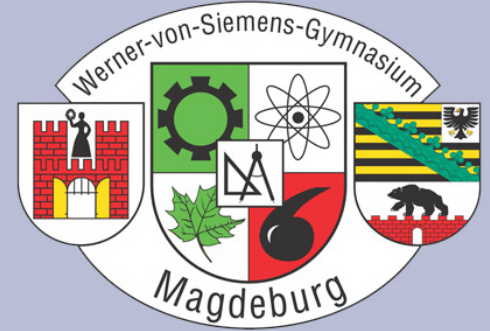


Wie lang ist die Küste Großbritanniens?



Vortrag am 16.01.2009

Fach: Physik

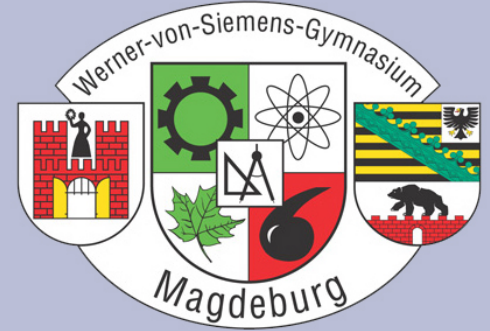


Deterministisches Chaos

Ein Vortrag von Tina Rosner und Florian Sachs

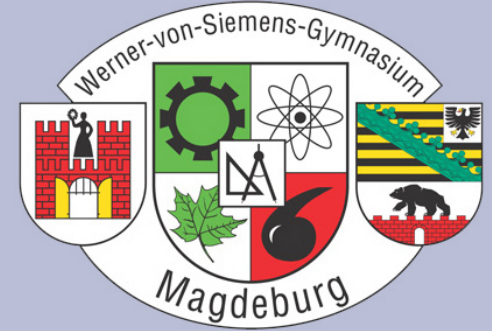
Werner-von-Siemens-Gymnasium Magdeburg

Gliederung



- 1 Das Weltbild der klassischen Physik
- 2 Arten der Kausalität
- 3 Was haben Feigenbäume mit Chaos zu tun?
- 4 Chaotische Systeme
- 5 Apfelmännchen und Mandelbrote
- 6 Fazit
- 7 Quellen

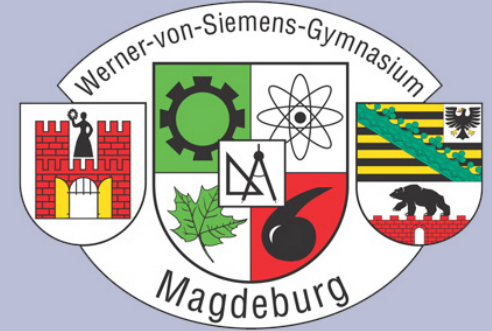
1 Das Weltbild der klassischen Physik



- Physik:
 - Klassische Physik → Chaos
 - Moderne Physik
- Klassische Physik:

Vorgänge durch Raum und Zeit beschreibbar
- Teilbereiche:
 - Akustik
 - Thermodynamik
 - Elektrodynamik
 - Klassische Mechanik

1 Das Weltbild der klassischen Physik

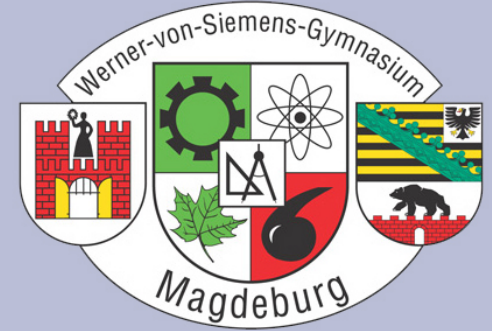


- Grundprinzipien:
 - Objektivierbarkeit
 - Kausalitätsprinzip
 - Prinzip des Determinismus



Pierre-Simon Laplace

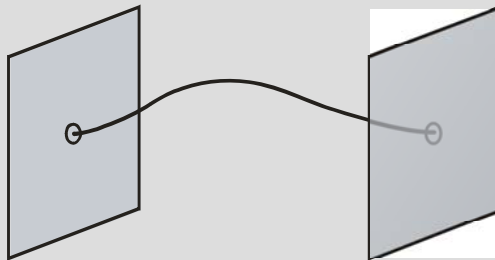
1 Das Weltbild der klassischen Physik



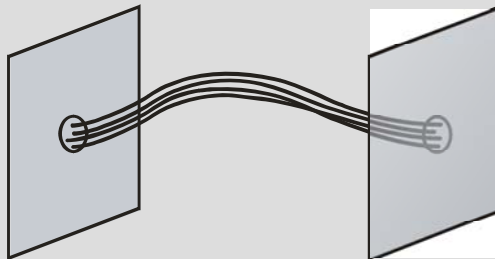
Laplacescher Dämon:

„Wir müssen also den gegenwärtigen Zustand des Universums als Folge eines früheren Zustandes ansehen und als Ursache des Zustandes, der danach kommt. Eine Intelligenz, die in einem gegebenen Augenblick alle Kräfte kennt, mit denen die Welt begabt ist, und die gegenwärtige Lage der Gebilde, die sie zusammensetzen, und die überdies umfassend genug wäre, diese Kenntnisse der Analyse zu unterwerfen, würde in der gleichen Formel die Bewegungen der größten Himmelskörper und die des leichtesten Atoms einbegreifen. Nichts wäre für sie ungewiss, Zukunft und Vergangenheit lägen klar vor ihren Augen.“

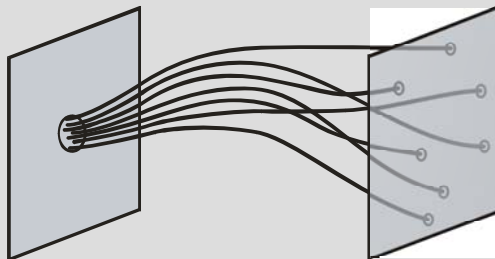
2 Arten der Kausalität



Kausalität



starke Kausalität



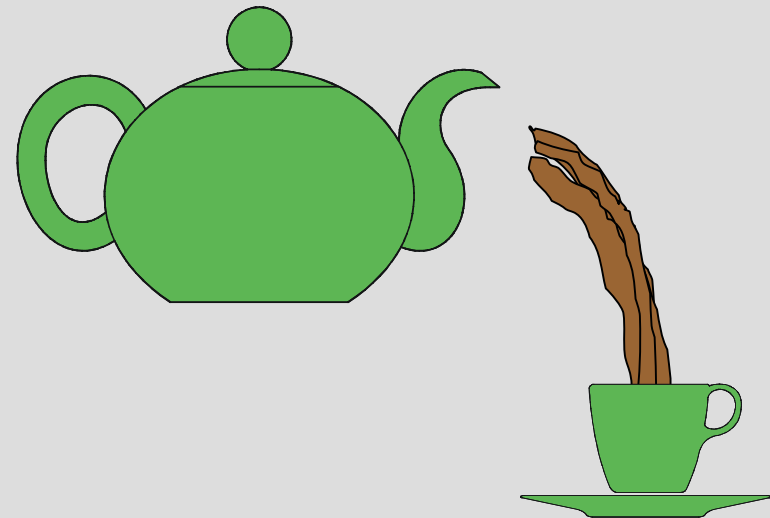
schwache Kausalität

2 Arten der Kausalität

Starke Kausalität:

„Ähnliche Ursachen führen zu ähnlichen Wirkungen“

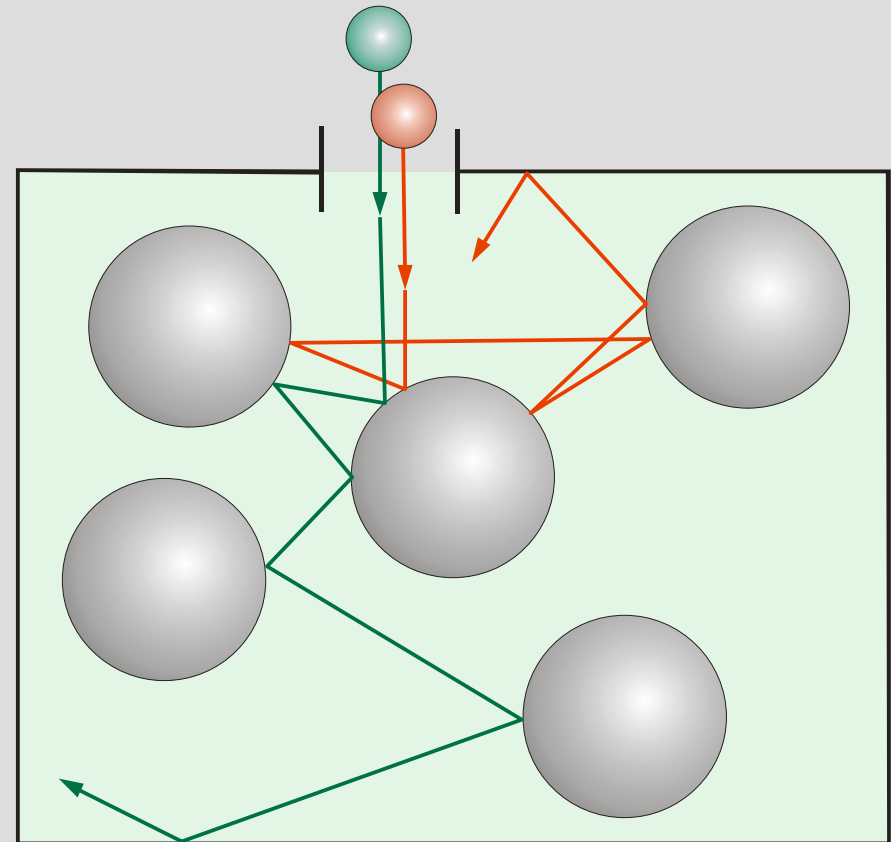
- Eingießen eines Getränks
- Mehrfachwerfen eines Balls
- Fallen eines Steines
- Erwärmen von Flüssigkeit



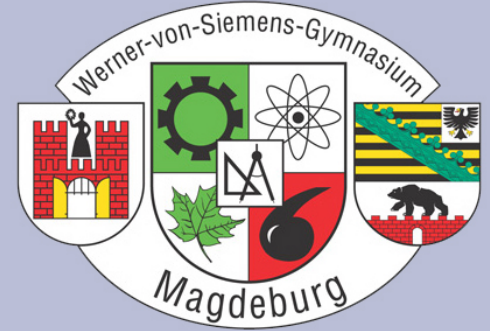
2 Arten der Kausalität

Schwache Kausalität:
„Ähnliche Ursachen
Führen zu nicht
ähnlichen Wirkungen“

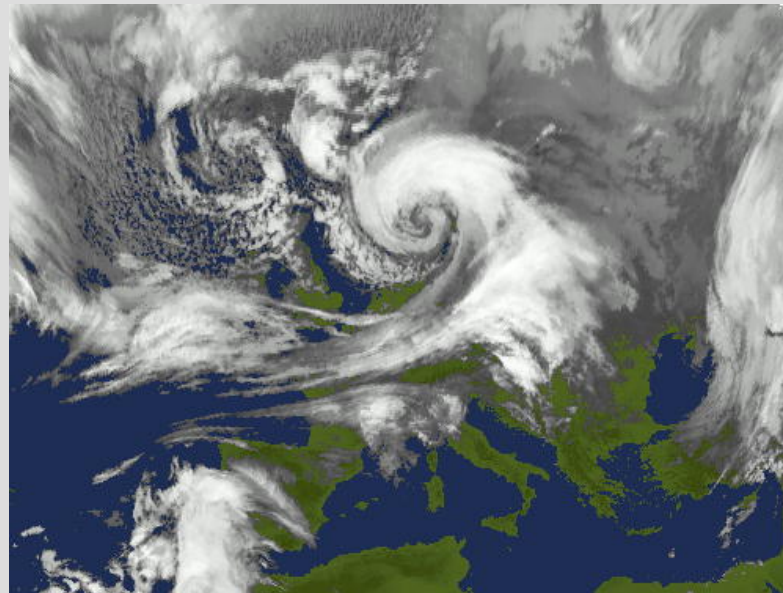
- Billard-Effekt
- Würfeln
- Fall eines Laubblattes



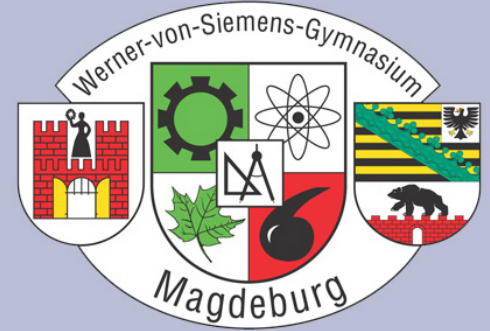
2 Arten der Kausalität



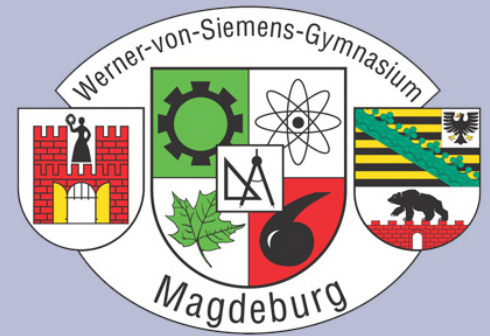
Der Schlag eines Schmetterlingsflügels im Amazonas-Urwald kann einen Orkan in Europa auslösen.



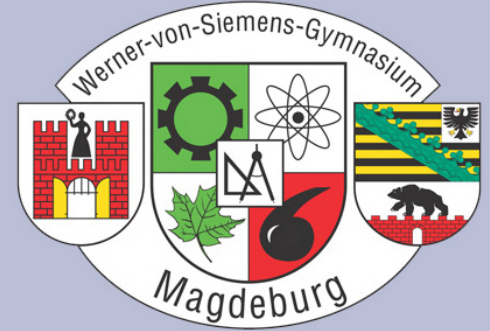
3 Was haben Feigenbäume mit Chaos zu tun?



3 Was haben Feigenbäume mit Chaos zu tun?

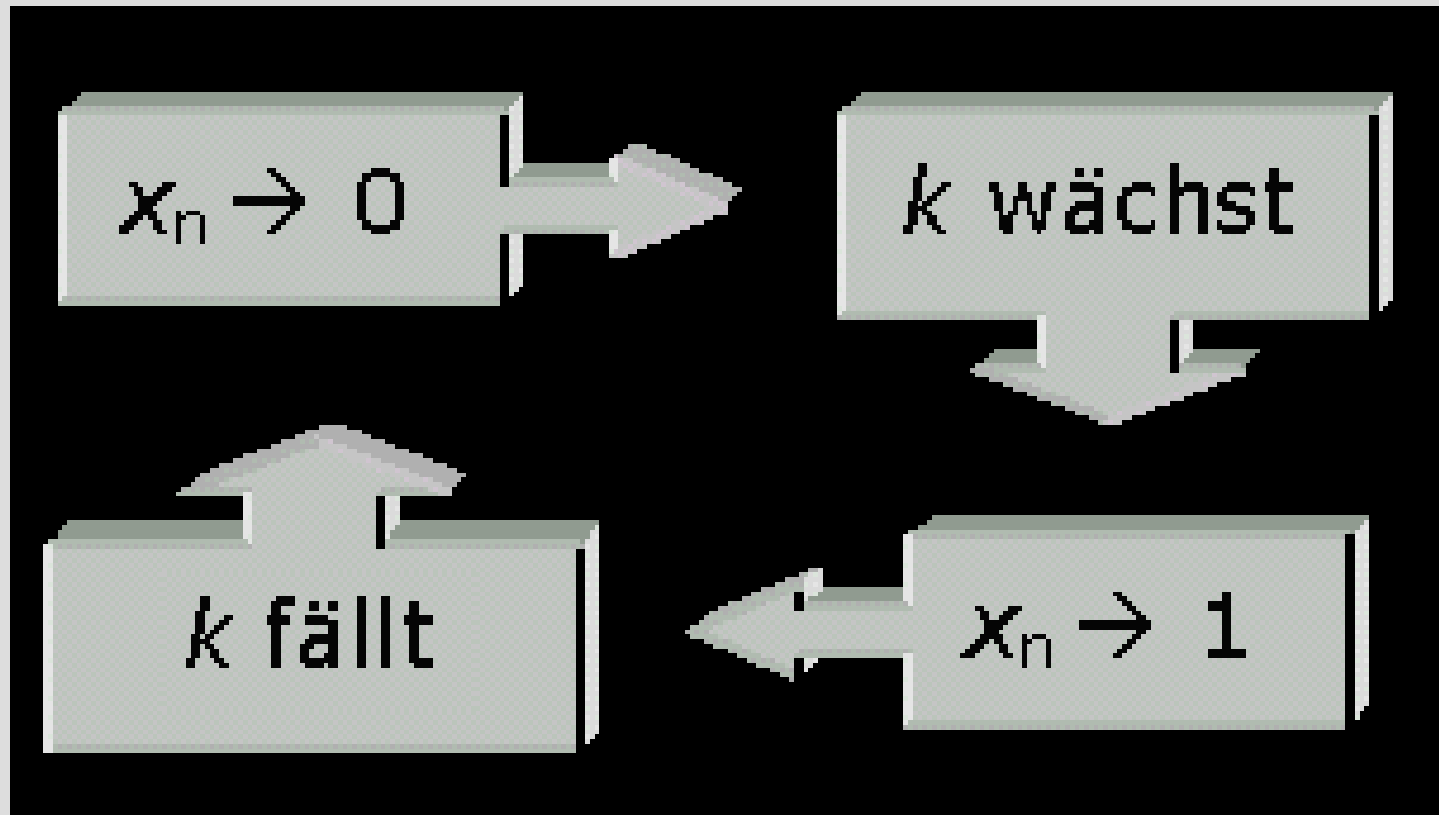
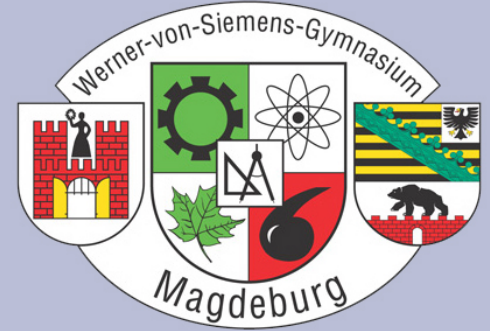


3 Was haben Feigenbäume mit Chaos zu tun?

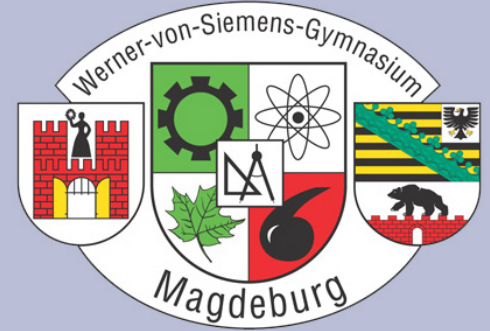


- $x_{n+1} = 2 * x_n$
- $x_{n+1} = k * x_n \rightarrow x_n = k^n * x_0$
- Schwellenwert: Umweltkapazität
- Maximum: 1
- Minimum: 0

3 Was haben Feigenbäume mit Chaos zu tun?

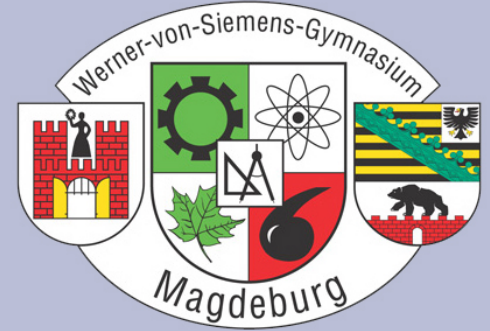


3 Was haben Feigenbäume mit Chaos zu tun?



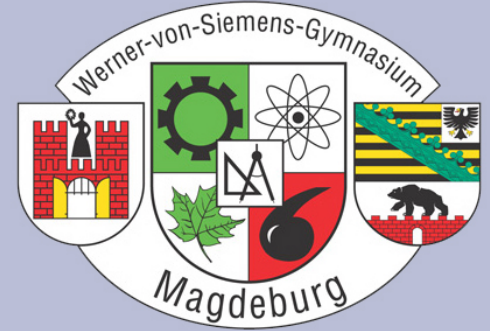
- $k \sim 1-x_n$ bzw. $k = r \cdot (1-x_n)$
- $x_{n+1} = r \cdot (1-x_n) \cdot x_n$
→ logistische Gleichung
- Rückkopplungen berücksichtigt
- Je größer r , desto schnellere Reaktion der Population
- Wo war jetzt das Chaos?

3 Was haben Feigenbäume mit Chaos zu tun?



- $0 \leq r \leq 1$: Aussterben, Null ist Attraktor
 - $1 < r \leq 3$: kein Aussterben, $p_r = 1 - 1/r$ ist Attraktor
 - $3 < r \leq 3,569944$: Periodenverdopplung
 - $3,569944 < r \leq 4$: Chaos und Fenster der Ordnung
 - Anfangspopulation vollkommen egal
-
- $r = 3,568759\dots$ Periode: 16
 - $r = 3,569934\dots$ Periode: 128

3 Was haben Feigenbäume mit Chaos zu tun?



$$x_{n+1} = 4 \cdot x_n (1 - x_n)$$

$$x_0 = 0,300000 \quad x_{20} = 0,941785$$

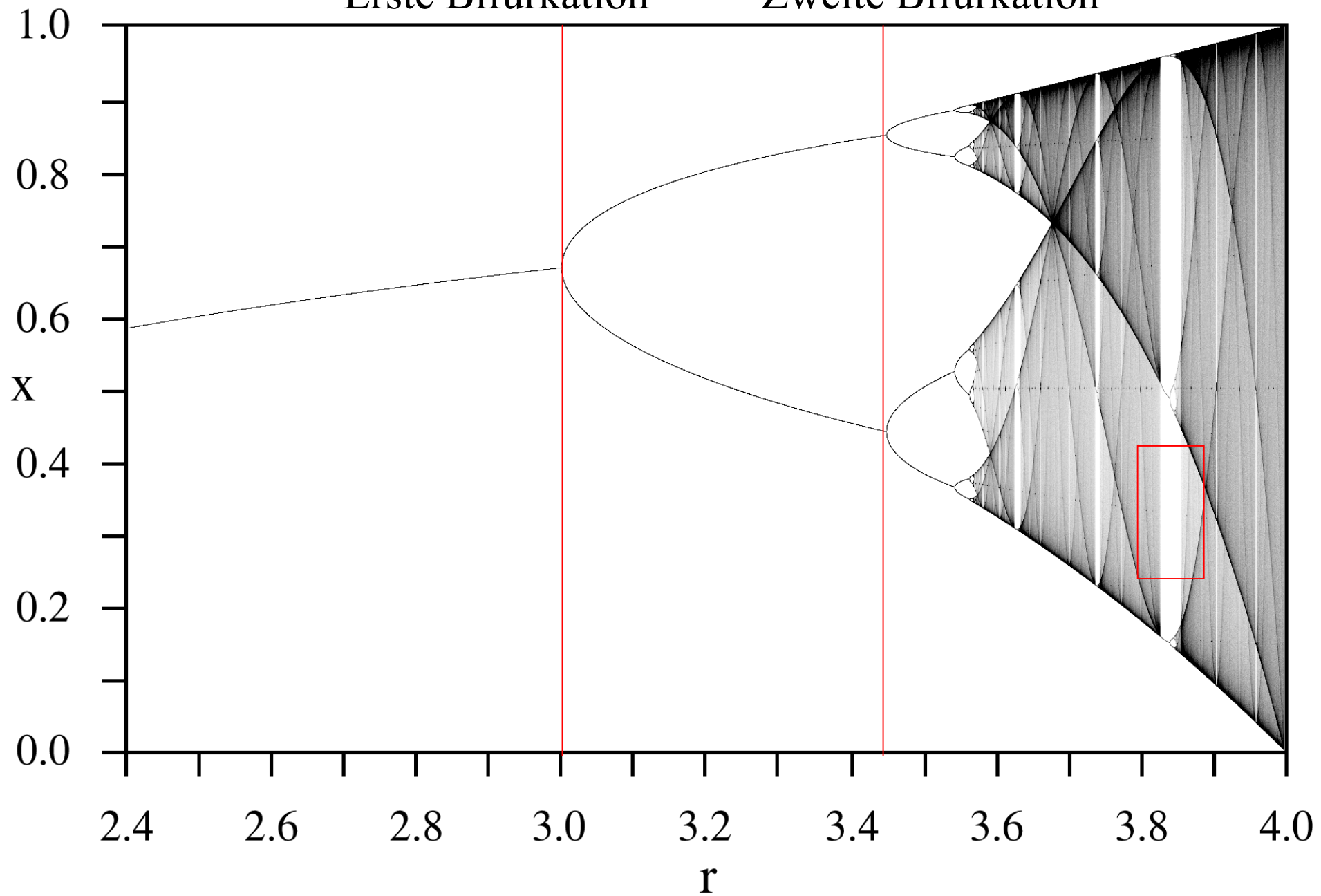
$$x_0 = 0,300001 \quad x_{20} = 0,003313$$

$$x_0 = 0,300002 \quad x_{20} = 0,672075$$

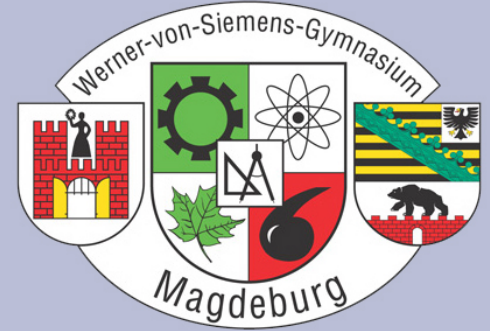
→ Schwache Kausalität

Erste Bifurkation

Zweite Bifurkation

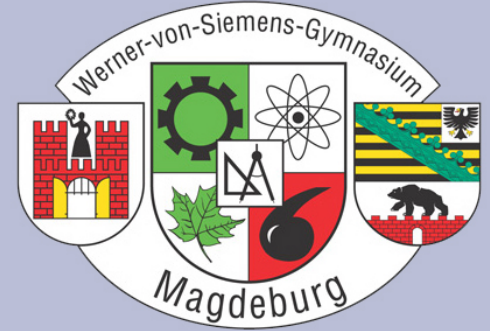


3 Was haben Feigenbäume mit Chaos zu tun?



- Attraktor: Wert, der Folgenglieder „anzieht“
- Bifurkation (=Verzweigung): Veränderung der Häufungspunkte eines nichtlinearen Systems
- Periodenverdopplung: Verdopplung der Oszillationssperiode
- Selbstähnlichkeit: ähnliche Strukturen werden bei Vergrößerung sichtbar
- Fenster der Ordnung: Orte mit stabilem Systemverhalten → Verhalten vorhersagbar, führen in Chaos

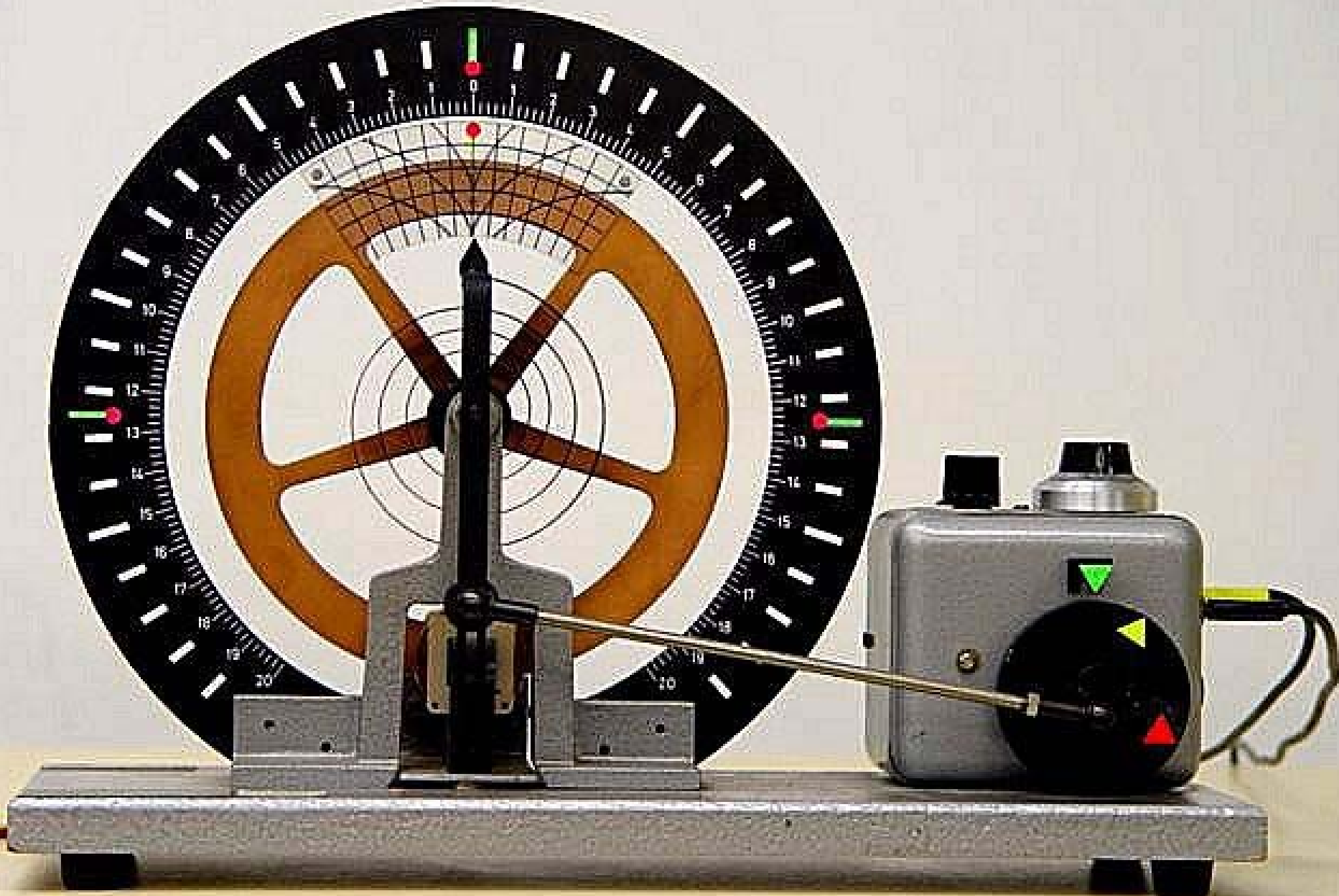
3 Was haben Feigenbäume mit Chaos zu tun?

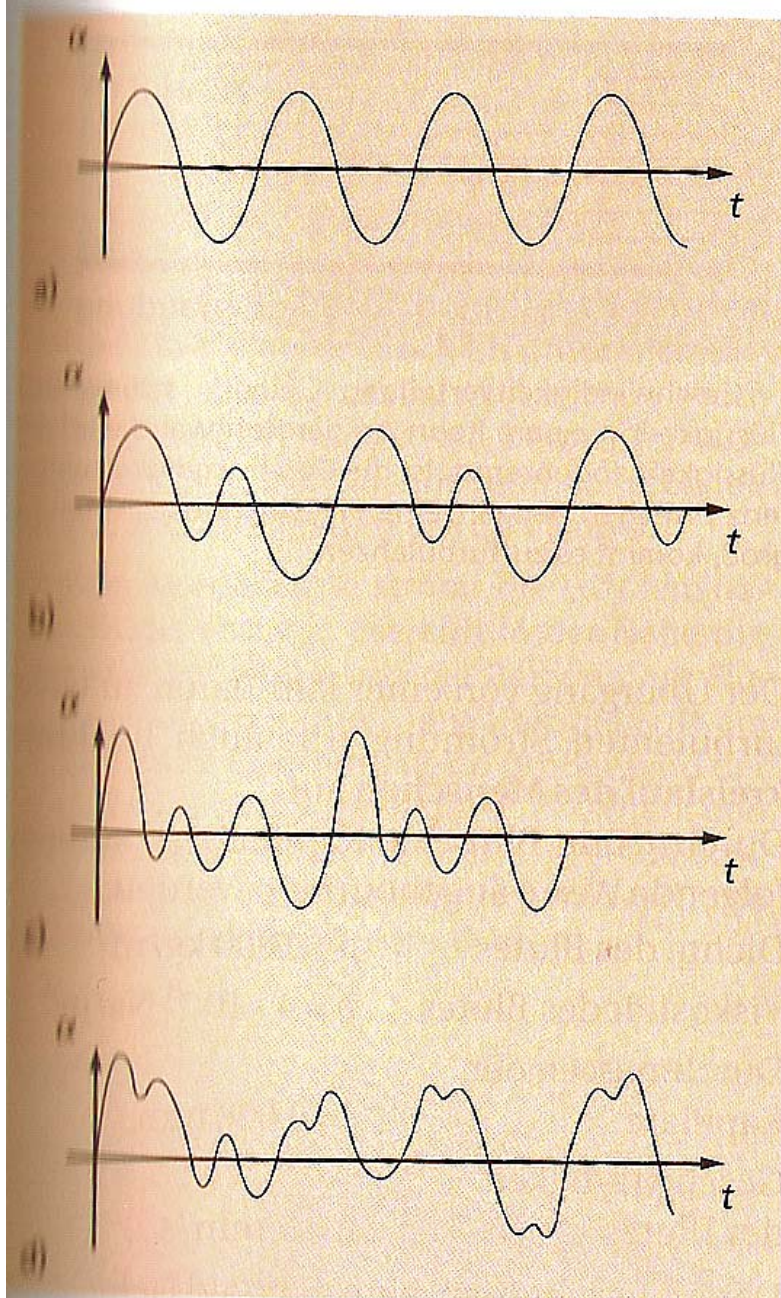


Phasenraumdarstellung

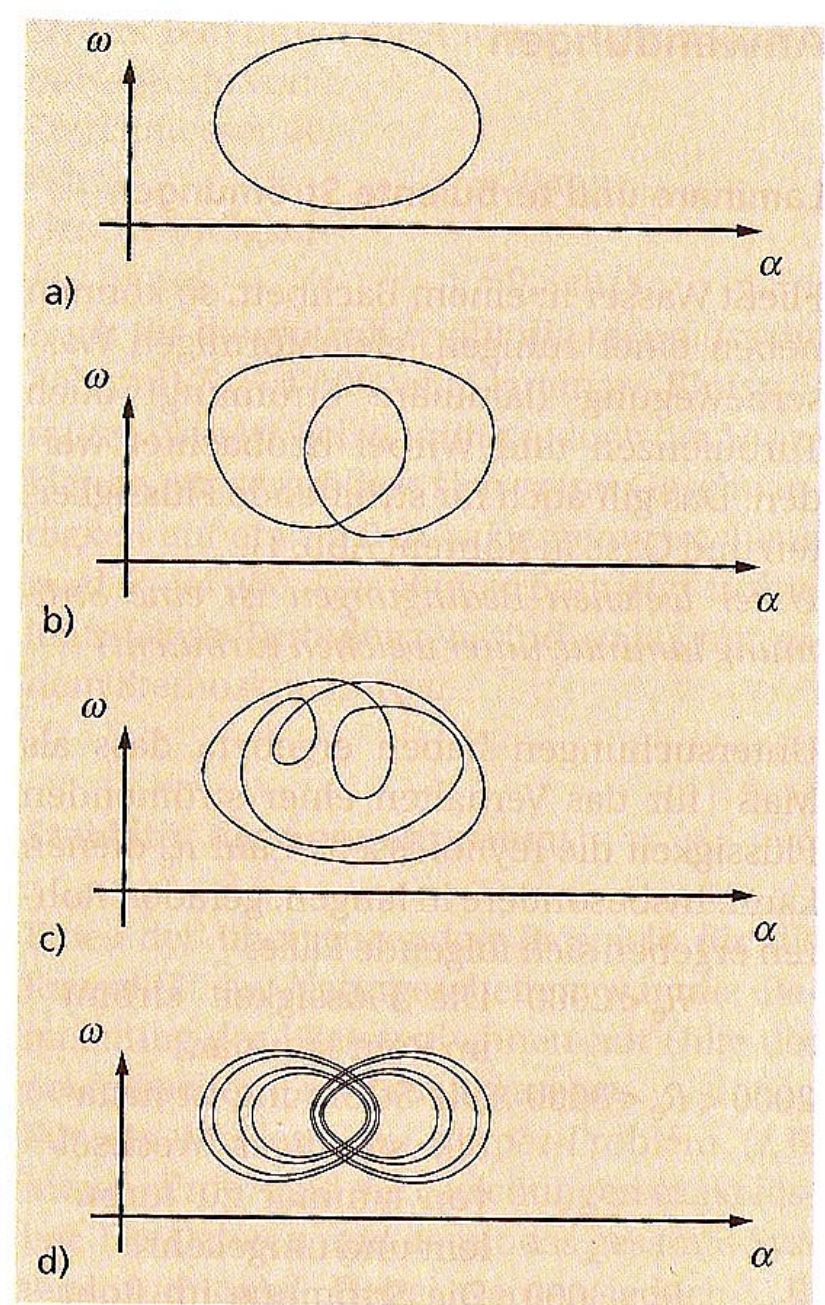
- Math. Raum, der von den zeitlich veränderlichen Variablen eines dynamischen Systems (zeitabhängiger Prozess) gebildet wird
- Phasenraumdiagramme entwickelt aus Amplituden Zeit Diagrammen

Pohlsches Drehpendel mit Wirbelstrombremse



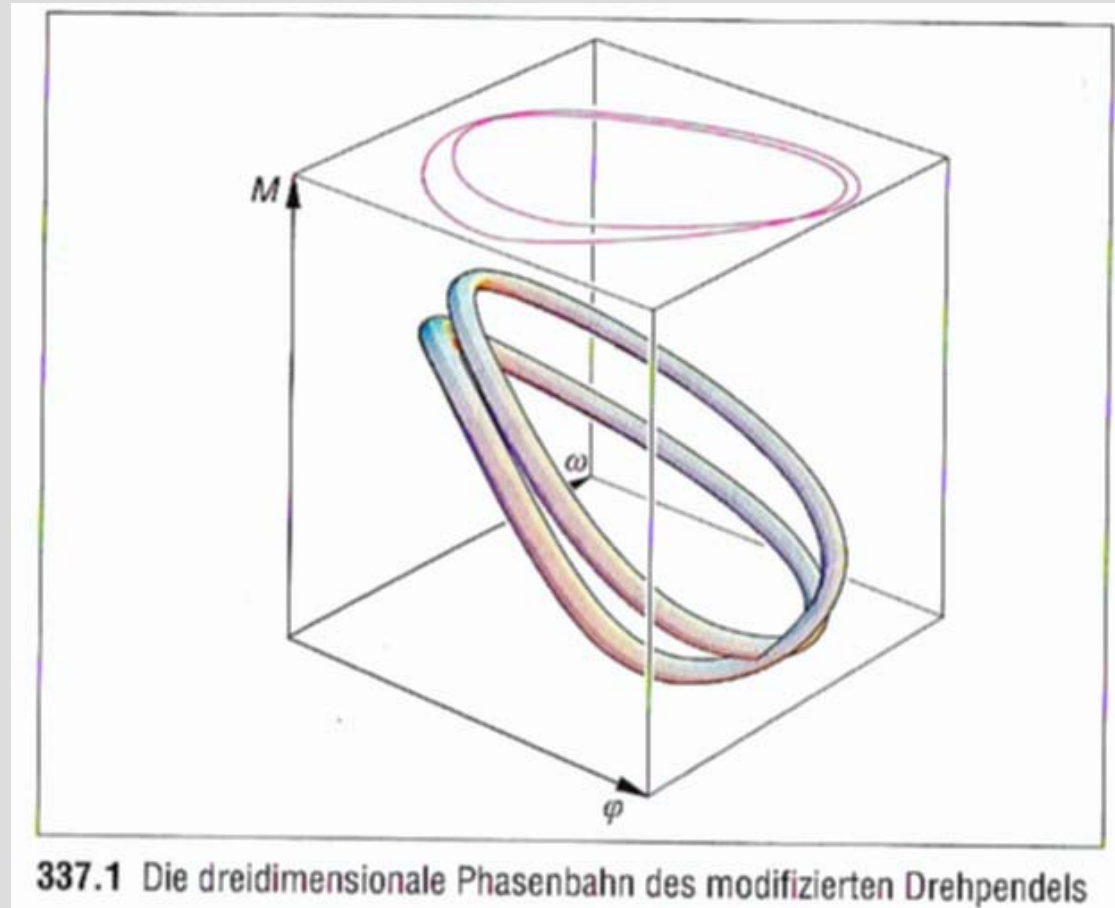
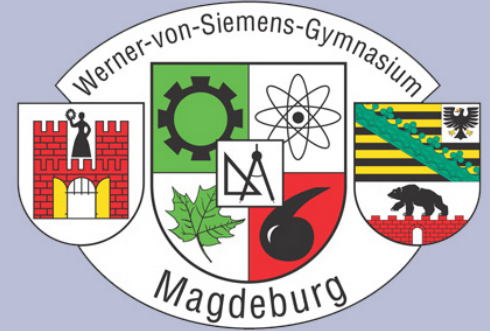


Amplituden-Zeit-Diagramm bei Verringerung der Dämpfung

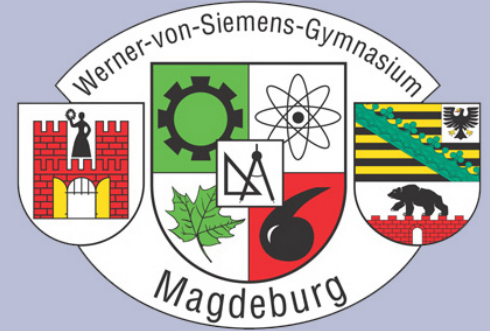


2. Phasenraum-Diagramm bei Verringerung der Dämpfung

3 Was haben Feigenbäume mit Chaos zu tun?



4 Chaotische Systeme

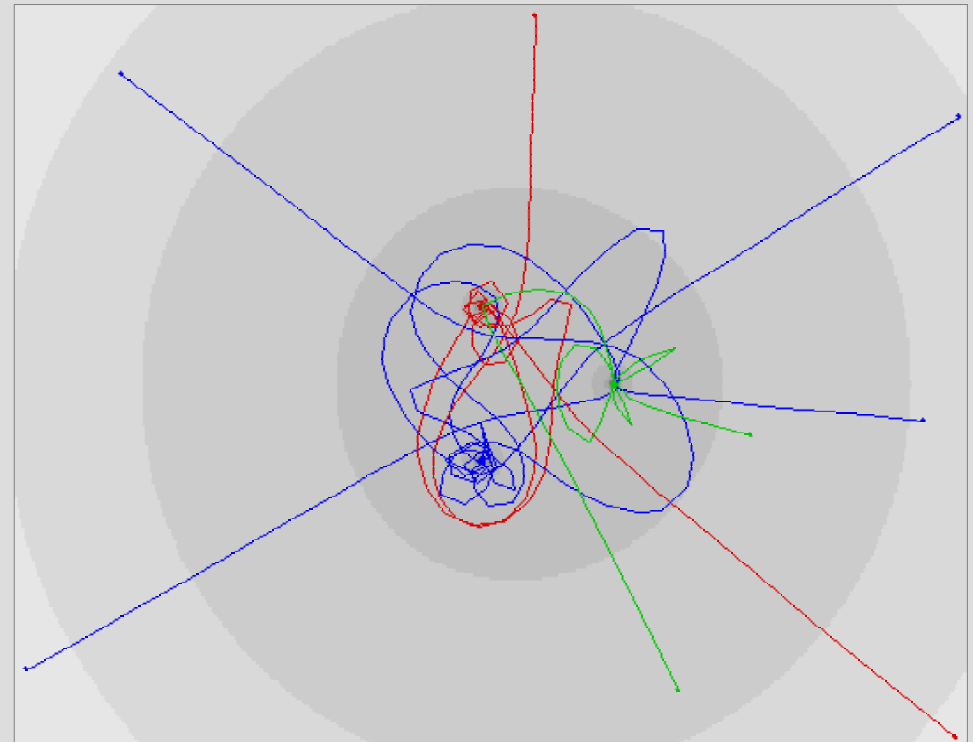
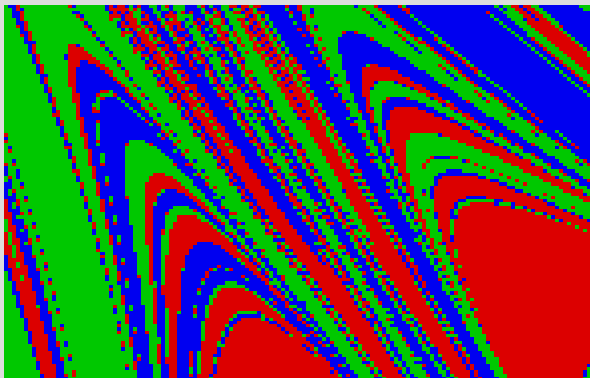
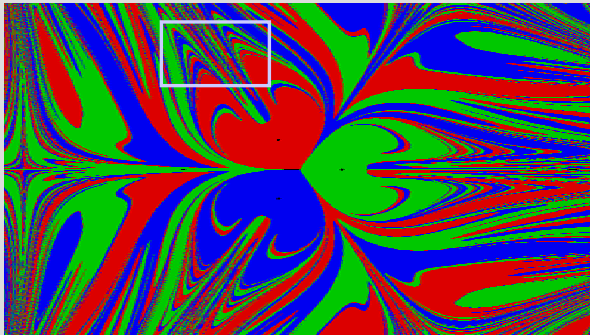


- nichtlineare, dynamische Systeme
- Kleine Änderung des Ausgangszustandes
→ deutlich anderer Endzustand
- Bsp.: Wetter, Wirtschaftskreisläufe,
Entstehung von Verkehrsstaus,
Pendelmännchen

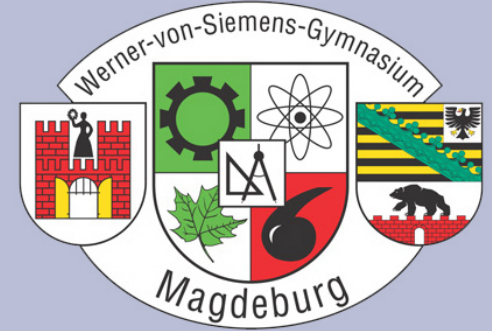
4 Chaotische Systeme



Das Magnetpendel:

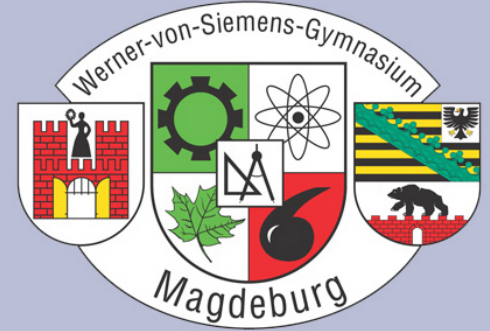


5 Apfelmännchen und Mandelbrote



- Lat. frangere: brechen
- Begriff von Benoît Mandelbrot
- Natürliche oder künstliche Gebilde oder geometrische Muster, die einen hohen Grad an Selbstähnlichkeit aufweisen
- Wacław Sierpinski und Gaston Maurice Julia bedeutend
- Heutige Bedeutung:
 - Fraktalkunst
 - Simulation realitätsnaher Landschaften

5 Apfelmännchen und Mandelbrote

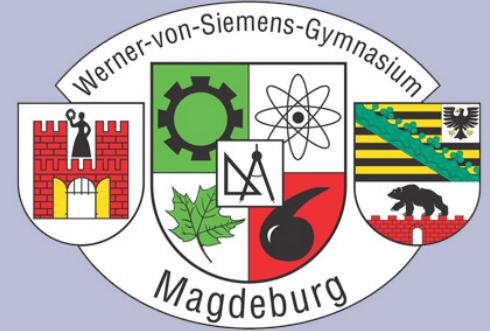


- In Natur Anzahl der Stufen der Selbstähnlichkeit beschränkt: 3-5
- Fraktale natürliche Strukturen:
 - Blumenkohl
 - Farne
 - Bäume
 - Blutkreislauf
 - Küstenlinien
 - Kristallwachstum





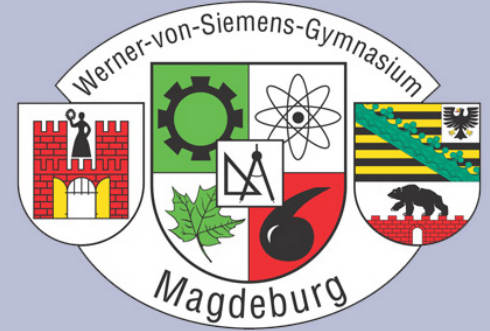
5 Apfelmännchen und Mandelbrote



- Sierpinski-Dreieck
- Hilbert-Kurve
- Kochsche Schneeflocke
- Mandelbrot-Menge
- Julia-Menge

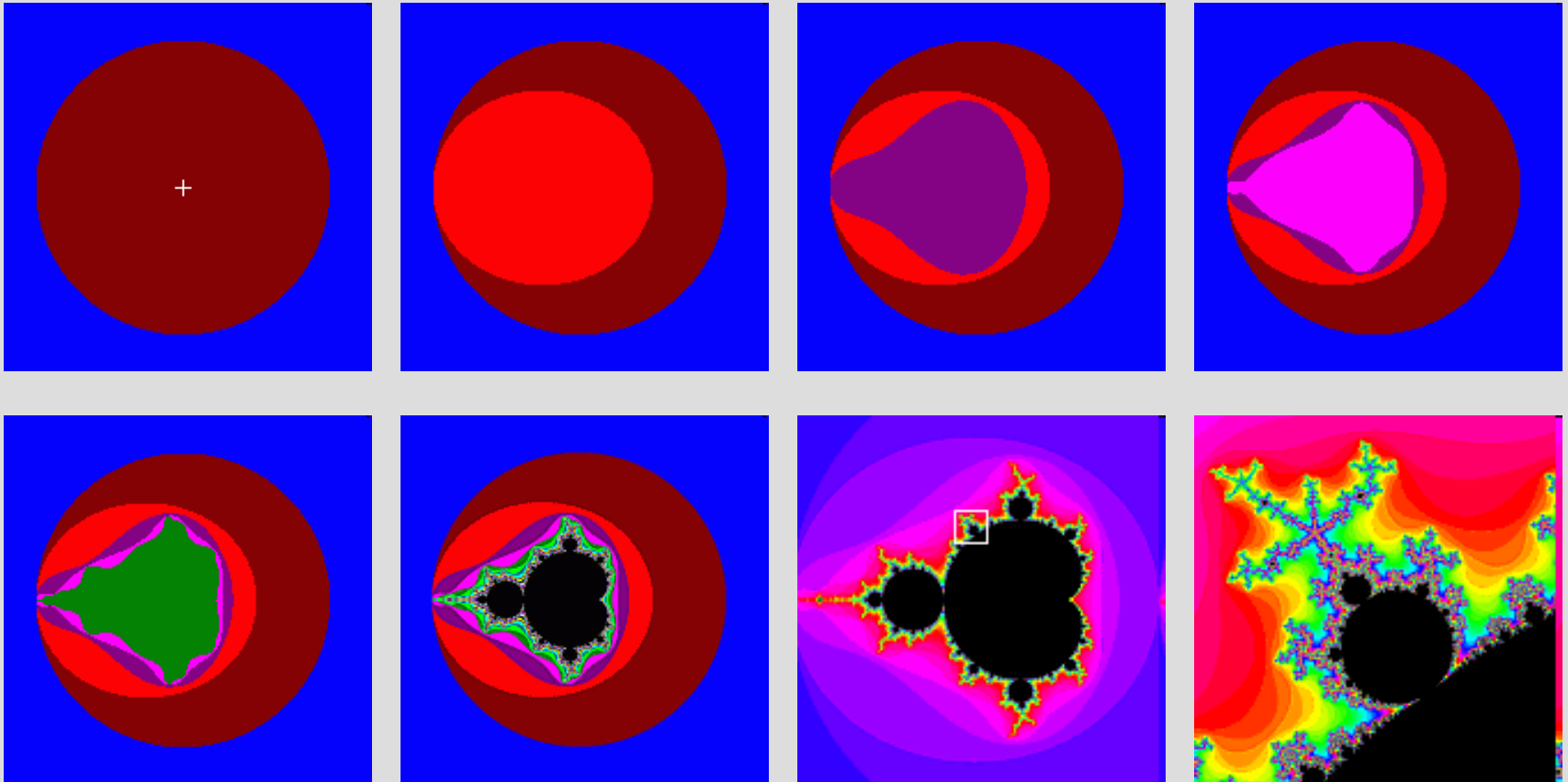
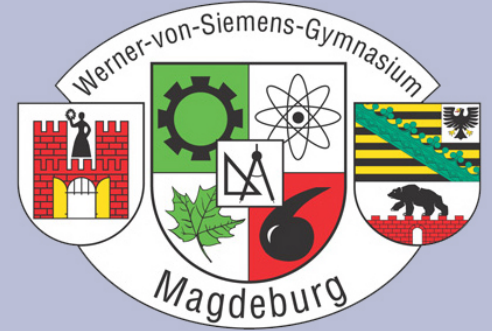
[Pythagoras.exe](#)
[Sierpinski+Hilbert+Koch.exe](#)

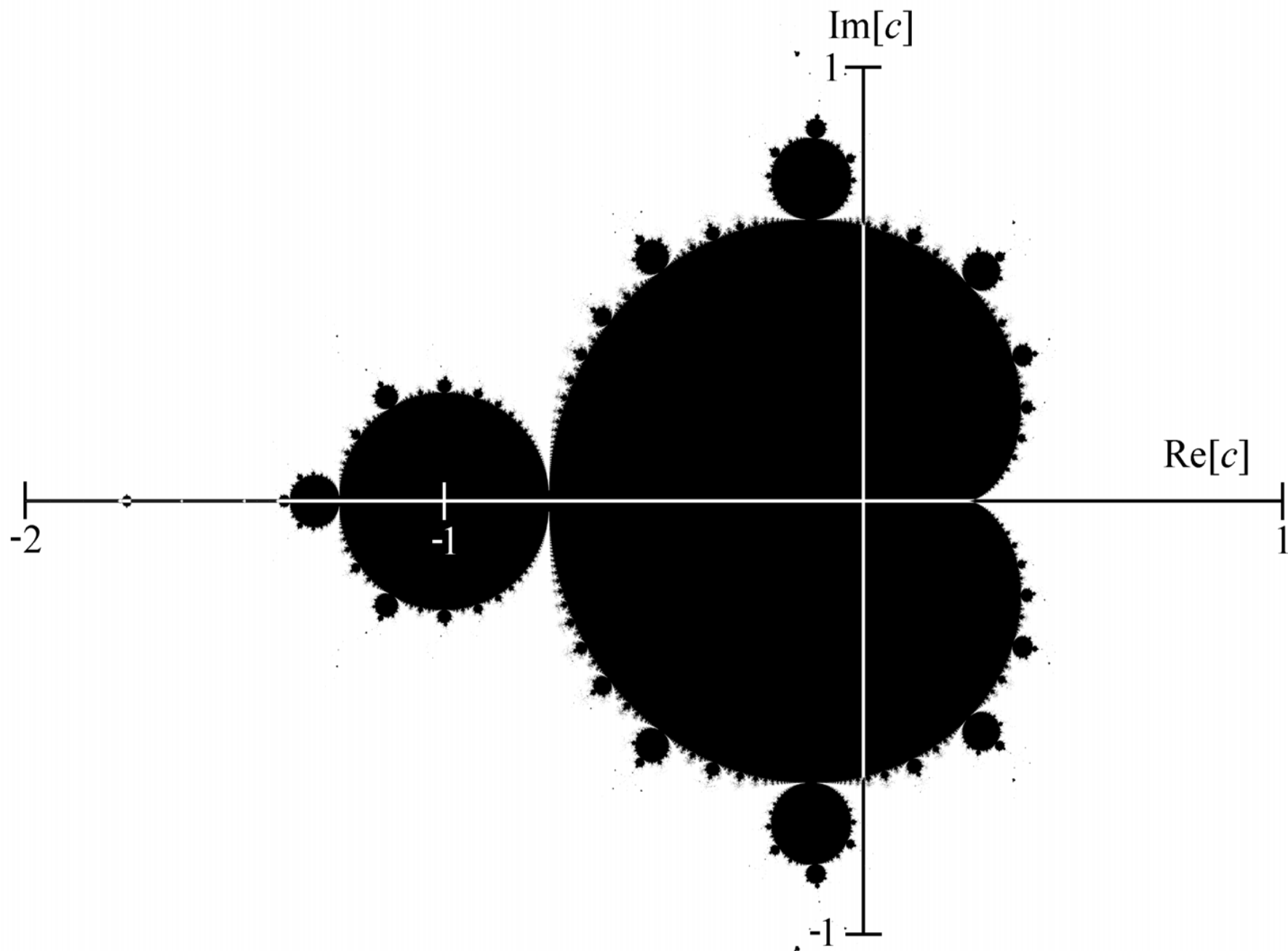
5 Apfelmännchen und Mandelbrote

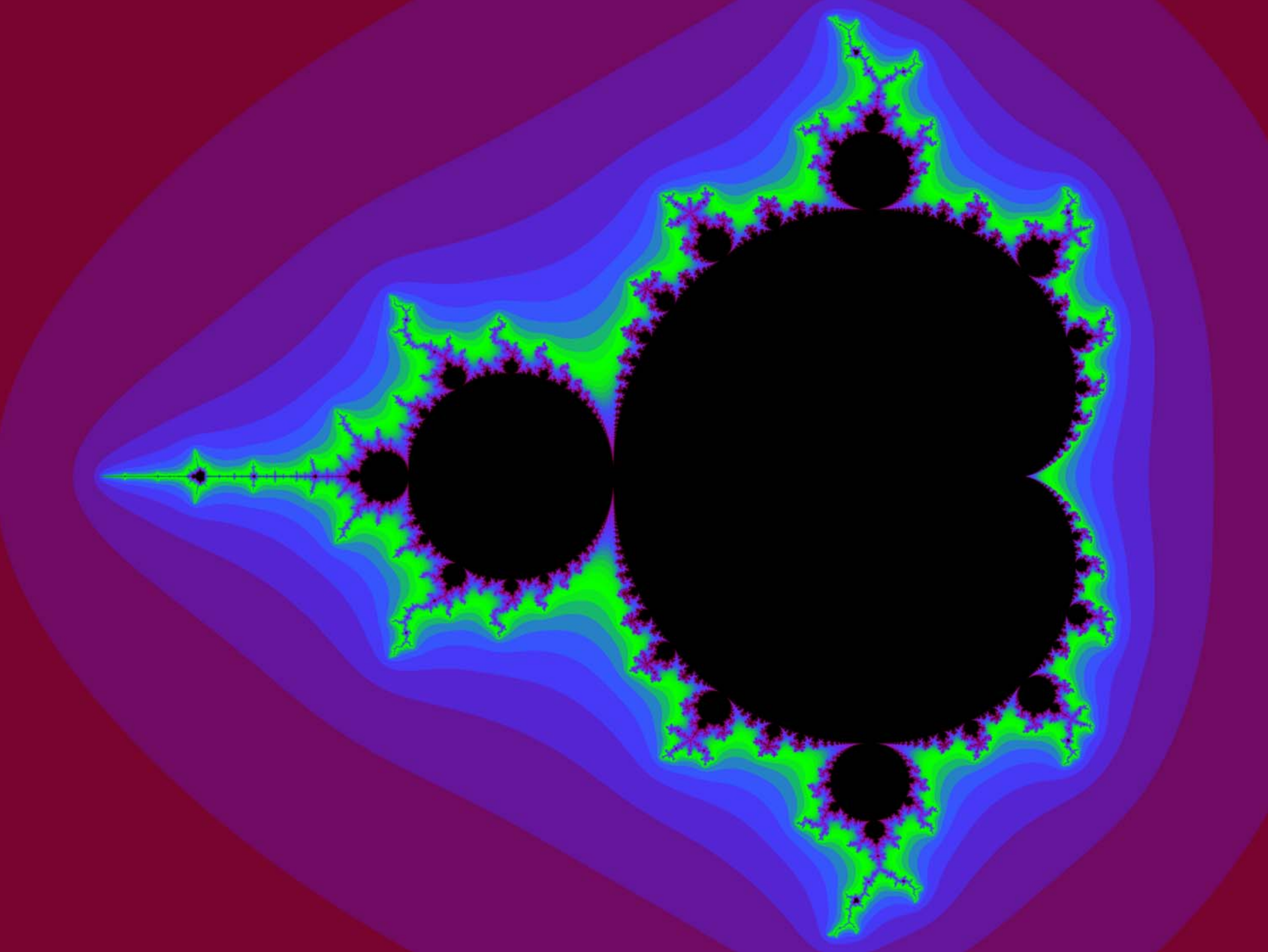


- $z_{n+1} = z_n^2 + c$
- $z_0 = 0$

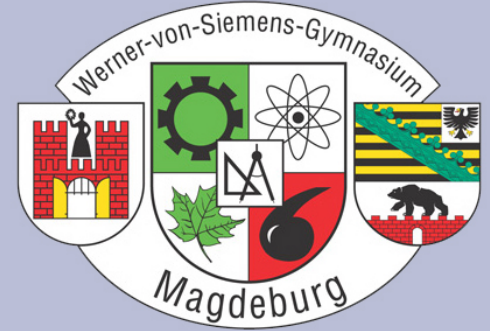
5 Apfelmännchen und Mandelbrote







6 Fazit

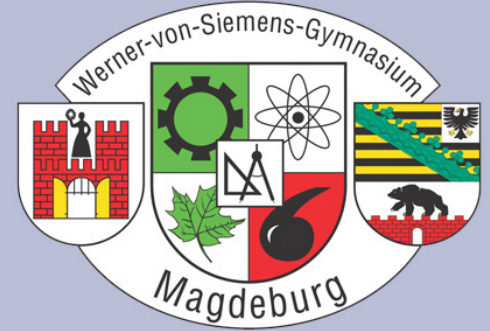


- Anwendungen in der Praxis:
 - Wettervorhersagen
 - Erdbebenforschung
 - Schöne Bilder
 - Gaskonvektion → Luftbewegung
- Die Küste Englands ist unendlich!

6 Fazit



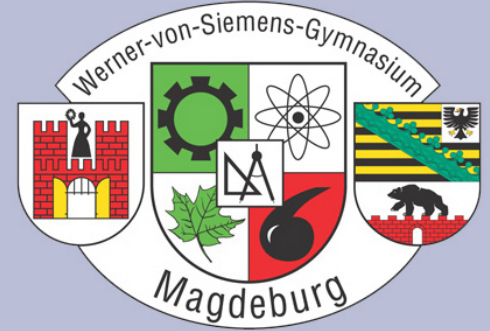
7 Quellen



Literatur:

- Robert L. Devaney: Chaos, Fractals and Dynamics – Computer Experiments In Mathematics, Addison-Wesley, 1998
- Dr. Otto Loistl und Iro Betz: Chaostheorie – Zur Theorie nichtlinearer dynamischer Systeme, R. Oldenbourg Verlag, 2002
- Roman Worg: Deterministisches Chaos – Wege in die nichtlineare Dynamik, Wissenschaftsverlag, 1993
- J. Grehn, J.Krause (Hrsg.): Metzler Physik, Schroedel Verlag, 1998
- David Ruelle: Zufall und Chaos, Springer Verlag 1992

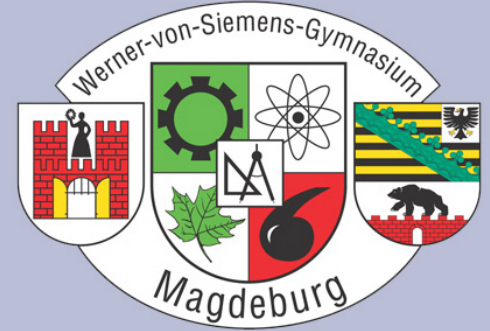
7 Quellen



Internet:

- www.ingolstadt.de
- www.matheplanet.com
- www.wtal.de
- www.wikipedia.org
- www.arcor.de
- www.slueck.de
- www.j-berkemeier.de
- www.uni-frankfurt.de

7 Quellen



Computerprogramme:

- Der Brockhaus Multimedial 2005
- Microsoft Encarta Enzyklopädie Professional 2005
- Feigenbaum-Programm von Rainer Bettsteller
- Programm zum Zeichnen von Fraktalen von Florian Sachs

Wir bedanken uns für Eure
Aufmerksamkeit und stehen
Euch nun für Fragen zur
Verfügung.